INDIA INTERNATIONAL CENTRE IIC

भारतीय दूतावास
EMBASSY OF INDIA
Paris, France

स्वामी विवेकानंद सांस्कृतिक केंद्र
CENTRE CULTUREL SWAMI VIVEKANANDA
Paris, France

LA CONTRIBUTION DE LA CIVILISATION INDIENNE AUX MATHÉMATIQUES

DE SHUNYA À ANANTA

du Zéro à l'Infini

CENTRE CULTUREL SWAMI VIVEKANANDA
3 AVENUE DE LOWENDAL, 75007 PARIS, FRANCE

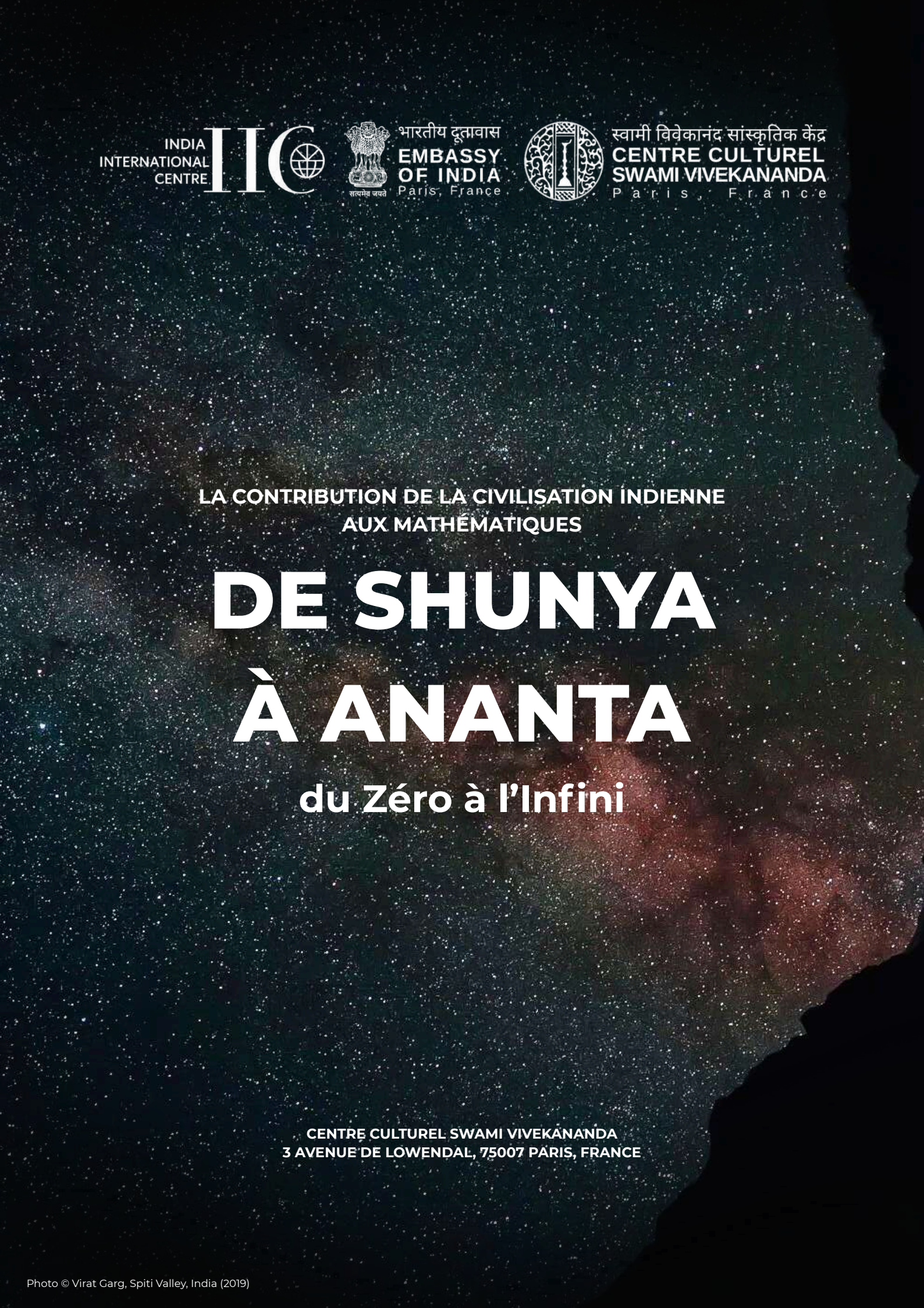


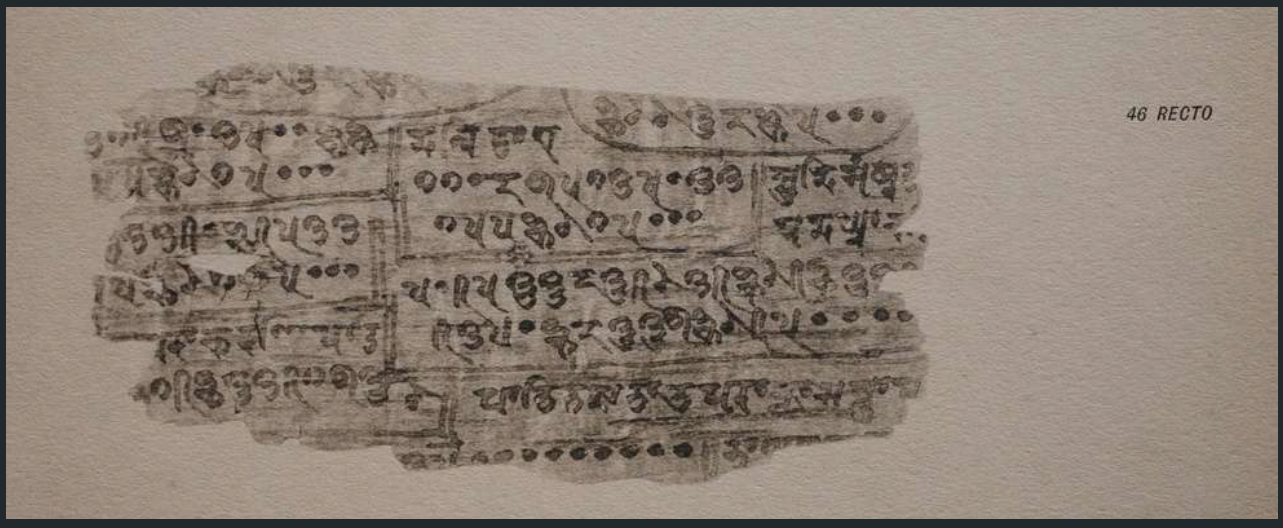
Photo © Virat Garg, Spiti Valley, India (2019)

SOMMAIRE

- Introduction
- Gaṇita :
Les mathématiques de l'Inde, du Veda au XVIIIe siècle
- Repères :
Deux mille ans, cinq régions
- Prémices :
Nommer les nombres, écrire le vide
- Percées :
Le zéro, le négatif, l'inconnue
- Forme et motif :
Combinatoire et architecture
- Diffusions :
De Bagdad à l'Europe latine
- Cristallisation :
L'école du Kerala
- Renouveaux :
L'astronomie d'observation
- Applications :
Le calcul du quotidien
- Manuscrits à l'honneur
- Remerciements et crédits

INTRODUCTION

Cette exposition retrace le parcours remarquable de la pensée mathématique dans le sous-continent indien sur plus de deux millénaires, ainsi que la manière dont ces idées ont voyagé, évolué et contribué au développement plus large des mathématiques. Dès la formulation, par le savant Baudhayana (800 av. J.-C.), du principe géométrique plus tard associé à Pythagore, jusqu'au développement du système décimal de numération de position, l'Inde a été le berceau de plusieurs avancées fondamentales de la pensée mathématique. Le mathématicien indien Aryabhata, en 499 apr. J.-C., a apporté des contributions importantes à la trigonométrie et à l'astronomie, tandis que la conception du zéro (shunya) en tant que nombre a marqué un tournant dans l'histoire des mathématiques. Au septième siècle, le savant Brahmagupta est allé plus loin en établissant les règles de l'arithmétique impliquant le zéro et les nombres négatifs. Les mathématiques étaient profondément ancrées dans la vie intellectuelle et quotidienne de l'Inde, trouvant leur expression dans l'astronomie, l'architecture, le commerce et la musique. La codification du mètre en musique a elle-même donné naissance à des idées combinatoires et algorithmiques sophistiquées, notamment le Meruprastara, un arrangement de coefficients binomiaux comparable au triangle arithmétique plus tard associé à Blaise Pascal.



Cet esprit de recherche s'est poursuivi au fil des siècles. Le savant Mādhava (1340-1425) a développé des séries infinies associées à π et aux fonctions trigonométriques ; le savant Nīlakaṇṭha Somayāji (1444-1544) a affiné les modèles de mouvement planétaire ; et le savant Jyeṣṭhadeva, au seizième siècle, a proposé un exposé systématique important du raisonnement mathématique de l'école du Kerala. Ces idées ne sont pas restées confinées à l'Inde. Le savoir mathématique et astronomique a voyagé jusqu'en Chine et dans le monde abbasside, et, par le biais de traductions en arabe, en hébreu et en latin, a atteint l'Europe. Les savants indiens, à leur tour, se sont intéressés aux développements d'autres traditions, en traduisant des ouvrages d'astronomie d'observation au dix-septième siècle. En 1727, le Raja Sawai Jai Singh rechercha activement des copies d'études scientifiques venues d'Europe, notamment les Tabulae astronomicae de Philippe de La Hire. À travers manuscrits, textes et idées mathématiques, l'exposition actuelle fait revivre cette histoire interconnectée, un voyage de découverte et d'échange, de Shunya (Zéro) à Ananta (Infini), dont l'héritage continue d'éclairer les mathématiques, la science et la technologie d'aujourd'hui.

Cette exposition est le fruit de SAMHITA : South Asian Manuscript Histories and Textual Archive, une initiative de l'India International Centre, New Delhi, soutenue par le ministère des Affaires étrangères du gouvernement indien, et dirigée par le Dr Sudha Gopalakrishnan. Elle est présentée avec le soutien de l'Indian Council for Cultural Relations (ICCR) et de la Samskriti Foundation, Melkote, qui met à disposition les manuscrits pertinents pour l'exposition. L'exposition a bénéficié des conseils avisés du Pr Manjul Bhargava, du Pr K. Ramasubramanian et du Pr Chander Shekhar, et a été organisée par Niharika Gupta, avec des contributions textuelles d'Aniketa Kabir.

Gaṇita

Les mathématiques de l'Inde, du Veda au XVIIIe siècle

Pendant plus de deux millénaires, les mathématiciens de l'Inde ont posé et résolu des questions qui font aujourd'hui partie du savoir commun de l'humanité : comment nommer l'infiniment grand, comment écrire le rien, comment approcher une courbe par une somme sans fin.

Ce savoir ne s'est pas fait en vase clos. Il a voyagé — vers Bagdad, vers Samarcande, vers Tolède et Paris — et il est revenu transformé. Les vingt panneaux de cette exposition suivent ce mouvement à travers les manuscrits eux-mêmes : feuilles de palmier, écorce de bouleau, papier. Chacun est un objet qu'une main a écrit, qu'une autre a recopié, et qu'une bibliothèque a gardé.

PARCOURS

PRÉMICES	Nommer les nombres, écrire le vide
PERCÉES	Le zéro, le négatif, l'inconnue
FORME ET MOTIF	Combinatoire et architecture
DIFFUSIONS	De Bagdad à l'Europe latine
CRISTALLISATION	L'école du Kerala
RENOUVEAUX	L'astronomie d'observation
APPLICATIONS	Le calcul du quotidien

REPÈRES

Deux mille ans, cinq régions

Chronologie et géographie des manuscrits exposés

Les textes réunis ici s'échelonnent du premier millénaire avant notre ère au XIXe siècle, et proviennent d'un espace qui va du Kerala à Samarcande. Les dates indiquées sont celles de la composition ; la plupart des manuscrits conservés sont des copies beaucoup plus tardives.

v. 1000 av. J.-C.	Yajurveda — les puissances de dix
v. IIIe s. av. J.-C.	Piṅgala, Chandaḥ Sūtra — śunya
IIIe–XIIe s.	Manuscrit de Bakhshālī — Peshawar
499	Āryabhaṭa, Āryabhaṭīya — Kusumapura
v. VIe s.	Varāhamihira, Bṛhatsaṁhitā
628	Brahmagupta — l'arithmétique du zéro
v. 820	al-Khwārizmī—Bagdad
v. 850	Abū Maʿshar — Bagdad
XIe s.	Samarāṅgaṇasūtradhāra — Dhār
1114	Bhāskara II — Līlāvatī, Bījagaṇita
1126	Adélard de Bath traduit le Zīj al-Sindhind
v. 1400	Mādhava — les séries infinies, Kerala
1500	Nīlakaṇṭha, Tantrasaṅgraha
v. 1525	Jyeṣṭhadeva, Yuktibhāṣā
v. 1630	Nityānanda Miśra — Delhi
1730s	Jai Singh — Jaipur, Delhi, Ujjain
XVIe–XXe s.	Kaṇakkatikāram — Tamil Nadu, Kerala

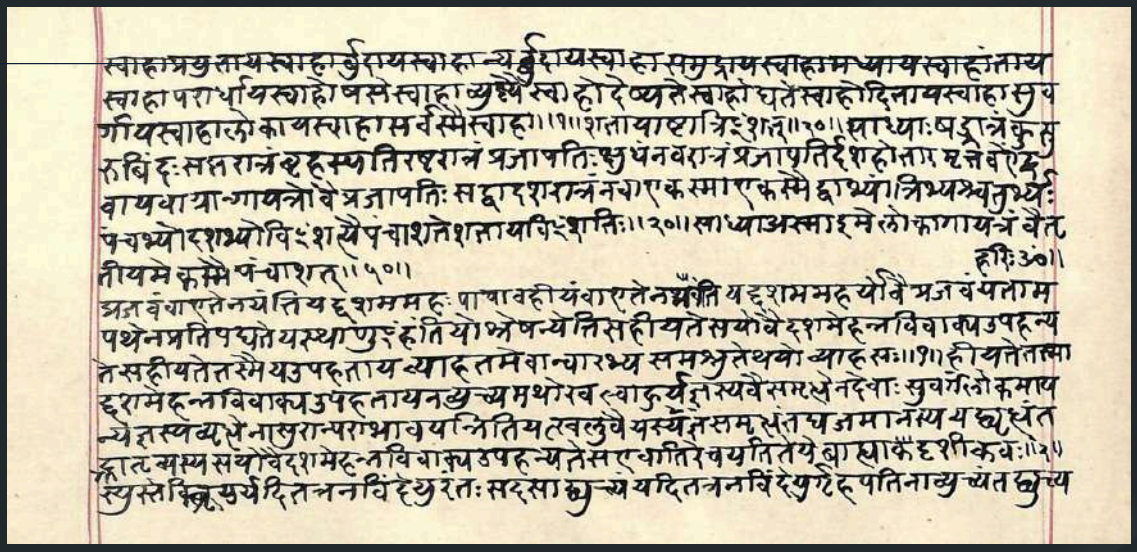
LIEUX

Peshawar · Kusumapura · Ujjain · Dhār · Bagdad · Samarcande · Kerala · Jaipur · Chennai · Tolède

PRÉMICES

Les nombres

Nommer l'infiniment grand, bien avant de l'écrire



Yajurveda, 7.2.20
Sanskrit ; écriture devanāgarī ; papier
Bhandarkar Oriental Research Institute, Pune

Le Yajurveda énumère les puissances de dix jusqu'à parārdha, mille milliards. Nommer de tels nombres à une époque où on ne les écrivait pas encore suppose déjà un décompte décimal complet, et la conviction que le comptage n'a pas de terme.

Cette échelle nommée traverse ensuite toute la littérature sanskrite. Elle donne aux astronomes le vocabulaire des grands cycles, et aux mathématiciens l'habitude de manier des ordres de grandeur sans les craindre.

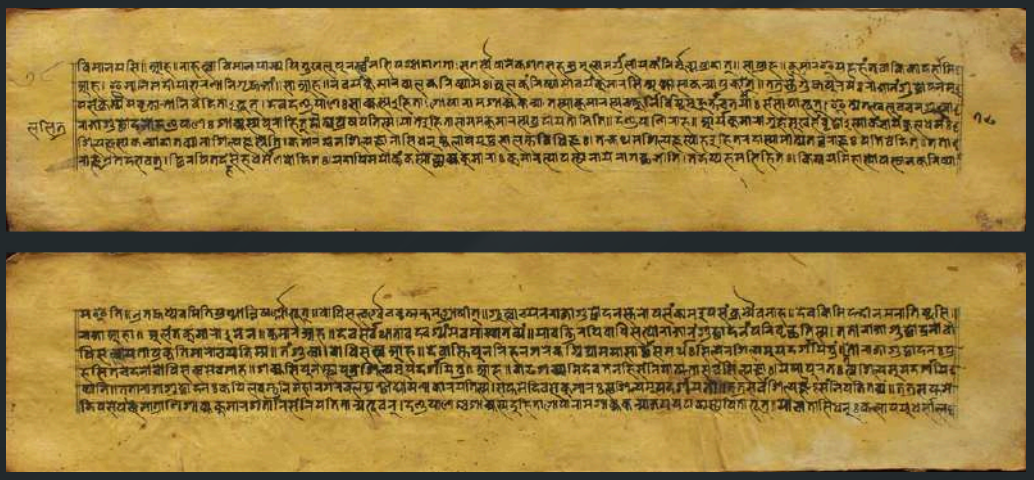
शताय स्वाहा
सहस्राय स्वाहा।
अयुताय स्वाहा
नियुताय स्वाहा
प्रयुताय स्वाहा।
अर्बुदाय स्वाहा
न्यर्बुदाय स्वाहा
समुद्राय स्वाहा
मध्याय स्वाहा।
अन्ताय स्वाहा
परार्धाय स्वाहा।

« Salut à la centaine, salut au millier, salut à ayuta [dix mille], à niyuta [cent mille], à prayuta [un million], à arbuda [dix millions], à nyarbuda [cent millions], à samudra [un milliard], à madhya [dix milliards], à anta [cent milliards], à parārdha [mille milliards]. »
Yajurveda, 7.2.20

PRÉMICES

Le Lalitavistara

Le calcul comme épreuve de cour



Lalitavistara
Sanskrit ; écriture prachalit du Népal ; papier ; 38 × 8 cm
Népal, XVIIe siècle
British Library, Endangered Archives Programme ; numérisé par l'Université de Tribhuvan

Savoir manier de grands nombres était, à cette époque, une compétence aussi prisée que les arts. Dans ce récit de la vie du Bouddha, le jeune prince est mis au défi par « un grand mathématicien nommé Arjuna » lors du concours pour obtenir la main de la princesse Gopā.

« Enfant, sais-tu calculer le nombre appelé dix millions à la puissance cent ? » Le Bodhisattva répond en dépliant une échelle de noms — ayuta, niyuta, kaṅkara — jusqu'à agrasārā, au-delà duquel on peut encore compter les grains de sable d'un milliard de Gange. Il nomme aussi les plus petites particules : calculables, mais si nombreuses qu'on les dit innombrables.

अथार्जुनो गणकमहामात्रो बोधिसत्त्वमेवमाह।
जानीषे त्वं कुमार कोटिशतोत्तरं नाम गणनागतिं॥ आह। जानाम्यहं॥
कथं पुनः कोतिशतोत्तरा गणनागतिरनुप्रवेष्टव्या॥
बोधिसत्व आह। शतं कोतटीनामयुतं नामोच्यते।
शतमयुतानां नियुतो नामोच्यते। शतं नियुतानां कङ्करं नामोच्यते...
अतो ऽप्युत्तरि अग्रसारा नाम गणना। यत्र कोतीशतं गङ्गानदीवालिकासमा
लक्षानिक्षेपाः परिक्षयं गच्छेयुः॥

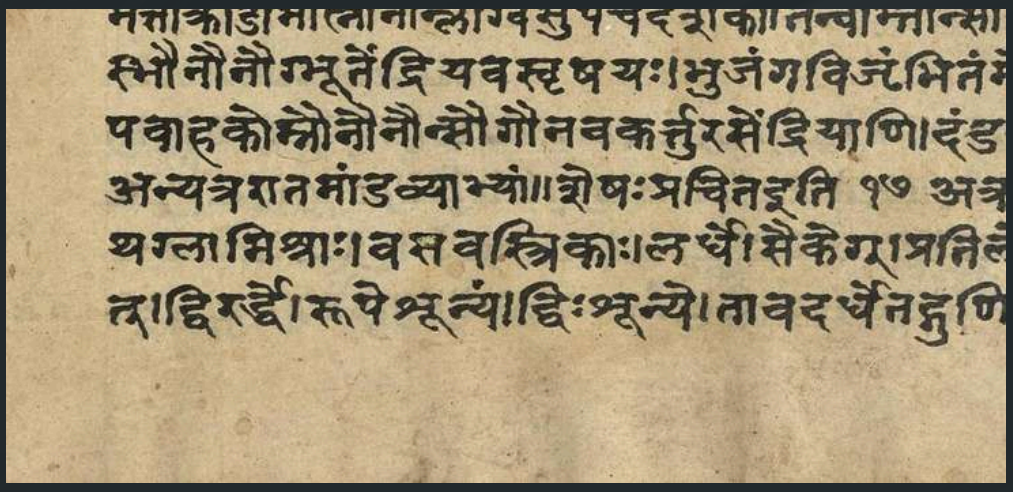
यावन्ति योजननयुतानि पेयालं यावद्यावन्तो योजनाग्रसारा गणनाकियन्त्येतानि
परमाणुरजांसि। इत्याह । संख्यागणना व्यतिवृत्ता ह्येषां गणनां तदुच्यते
ऽसंख्येयमिति । अतोऽसंख्येयतमानि परमाणुरजांसि यानि
त्रिसाहस्रमहासाहस्रलोकधातौ भवन्ति ॥

Lalitavistara, chapitre XII

PRÉMICES

Le zéro

śunya : d'abord un mot, puis un signe



***Chandaḥ Sūtra*, par Piṅgala**
v. IIIe siècle av. J.-C. ; sanskrit ; écriture devanāgarī ; papier
Bhandarkar Oriental Research Institute, Pune

Le Chandaḥ Sūtra de Piṅgala, traité de métrique, contient peut-être la plus ancienne référence au mot śunya — le vide — employé comme marqueur de position. L'écriture brāhmī de la même époque note déjà des chiffres, mais sans système positionnel.

Une autre voie existait : le bhūtasaṅkhyā, où des mots désignant des objets tiennent lieu de chiffres. Bhūmi (la terre) ou candra (la lune) valent un, netra (les yeux) deux, loka trois, veda quatre. Combinés de droite à gauche, ces mots composent de grands nombres — et se retiennent en vers.

रूपे शून्यम्॥ (8.29)
द्विः शून्ये॥ (8.30)

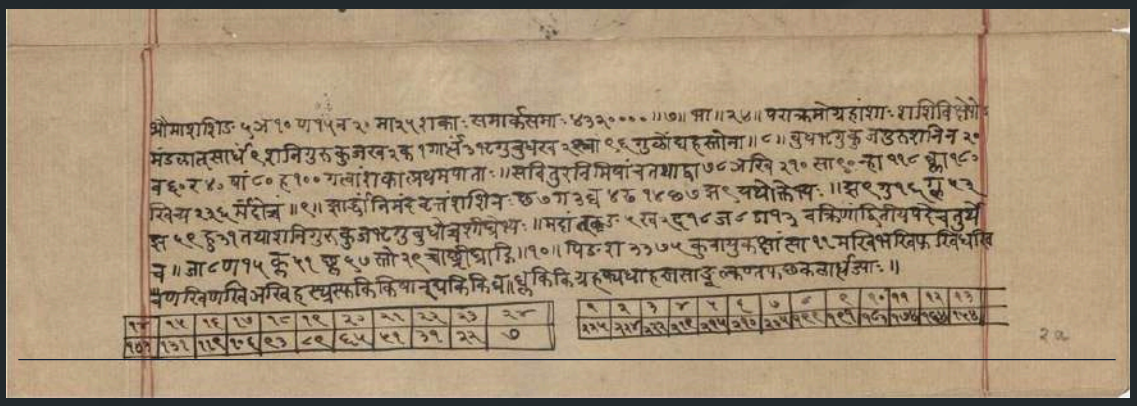
अष्टौ वसव इति॥ (1.15)
जगत्या आदित्याः॥ (3.4)

En haut, les deux versets où śunya apparaît comme marqueur. En bas, deux exemples de bhūtasaṅkhyā : aṣṭau vasava — « les huit Vasu » — désigne 8 ; jagatyā ādityāḥ désigne 12, puisqu'il existe douze āditya.
Chandaḥ Sūtra 8.29–30, 1.15, 3.4

PERCÉES

L’Āryabhaṭīya

Vingt-trois ans, et un traité qui fait date



***Āryabhaṭīya*, par Āryabhaṭa**
499 de notre ère ; sanskrit ; écriture devanāgarī ; papier
The Asiatic Society, Kolkata

Āryabhaṭa est l’une des toutes premières figures de la formation des mathématiques classiques en Inde. Il travaille à Kusumapura, au Magadha, et écrit l’Āryabhaṭīya en 499, à vingt-trois ans. L’ouvrage rassemble les acquis des siècles précédents et y ajoute plusieurs résultats neufs.

Composé de quatre parties, il traite d’astronomie et des mathématiques qu’elle exige. La deuxième, le Gaṇitapāda, leur est entièrement consacrée. On y trouve une approximation de π d’une justesse frappante — sans doute connue avant lui, mais ici énoncée avec une précision qui restera longtemps inégalée.

« Ajoute quatre à cent, multiplie par huit,
ajoute soixante-deux mille : c’est approximativement
la circonférence d’un cercle de diamètre vingt mille. »

62 832 / 20 000 = 3,1416

PERCÉES

La méthode kuṭṭaka

Le « pulvérisateur » : résoudre en réduisant

Les textes siddhānta exposent une méthode appelée kuṭṭaka, le pulvérisateur, pour résoudre les équations indéterminées du premier degré. Elle procède en réduisant les coefficients à des valeurs de plus en plus petites, jusqu'à une équation assez simple pour se résoudre par inspection ; on remonte ensuite la chaîne des substitutions.

Née des besoins de l'astronomie — accorder entre eux des cycles de longueurs différentes — la méthode fut reprise et généralisée par les savants des siècles suivants. C'est l'un des premiers algorithmes de l'histoire au sens strict : une suite finie d'opérations qui garantit le résultat.

Exemple · N = 23a + 1 = 37b + 5

Étape 1 — poser l'équation : 23a + 1 = 37b + 5

Étape 2 — réduire : 23a − 37b = 4

Étape 3 — pulvériser, puis remonter les substitutions Résultat : a = 42, b = 26, N = 967

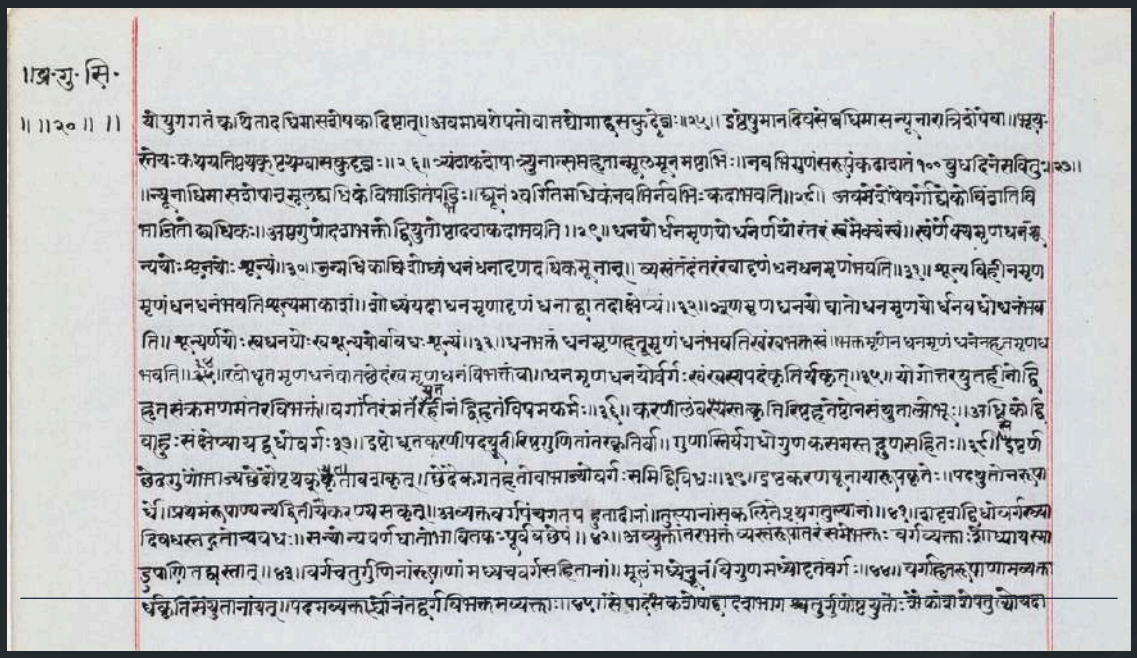
> kuṭṭ- « broyer, pulvériser »
> Aucun manuscrit n'illustre ce panneau : la kuṭṭaka n'est pas un objet mais un procédé, transmis de traité en traité pendant mille ans, d'Āryabhaṭa à Bhāskara II.

Le mot dit bien ce qu'il fait : kuṭṭaka vient de la racine « broyer ». On réduit le problème en poussière jusqu'à ce qu'il devienne trivial, puis on recompose.

PERCÉES

Le zéro et les nombres négatifs

Brahmagupta fixe les règles, en 628



***Brāhmasphuṭasiddhānta*, par Brahmagupta**
628 de notre ère ; sanskrit ; écriture devanāgarī
Papier ; 34 × 21 cm ; copie de 1622
Bibliothèque nationale de France

Le Brāhmasphuṭasiddhānta est un texte fondateur. Ses vingt-quatre chapitres couvrent les mathématiques et l'astronomie ; le dix-huitième contient « la première explication conservée, dans les mathématiques indiennes, de l'arithmétique des nombres positifs, négatifs et du zéro » (Kim Plofker, 2009). Presque toutes ses règles sont celles de l'algèbre moderne.

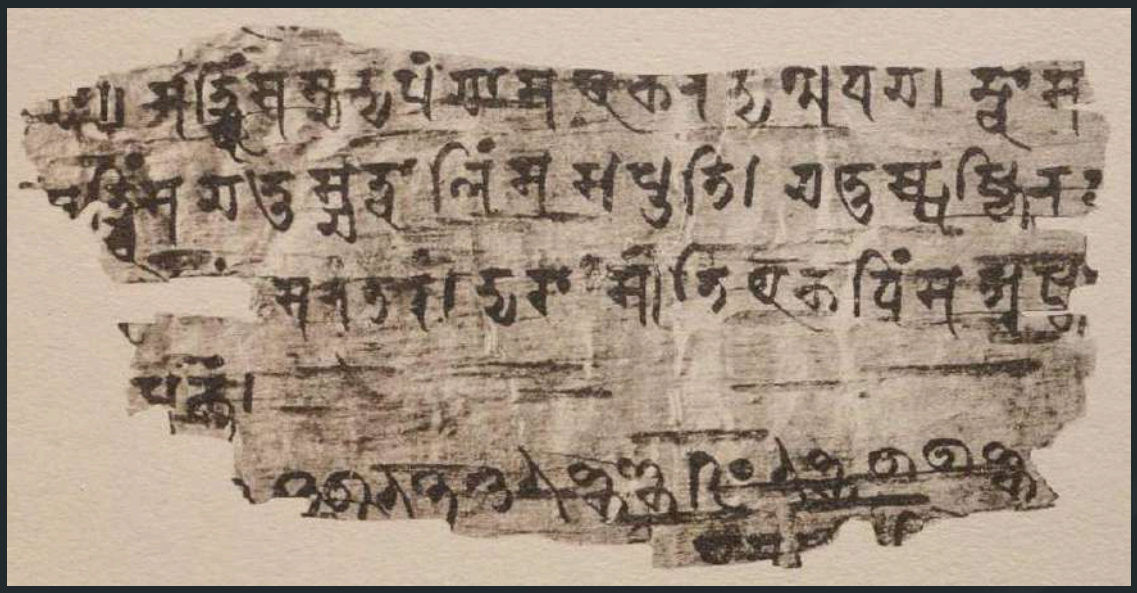
positif + négatif = la différence des deux nombres
positif − négatif = la somme des deux nombres
positif ou négatif × zéro = zéro
positif ÷ négatif = négatif
non-nul ÷ zéro = « divisé par zéro »

Cette dernière règle diffère de la nôtre, pour qui la division par zéro n'est pas définie. Brahmagupta, lui, laisse la question ouverte.

PERCÉES

Le manuscrit de Bakhshālī

Le plus ancien zéro écrit d'Asie du Sud



Manuscrit de Bakhshālī
Sanskrit ; écriture śāradā ; écorce de bouleau
Peshawar, Pakistan ; IIIe–XIIe siècle
Photographie : Bill Casselman, University of Washington

Découvert par un fermier près de Peshawar en 1881, le texte de Bakhshālī est le plus ancien manuscrit conservé d'Asie du Sud portant une notation mathématique, y compris le symbole du zéro. Comme souvent pour ces sources, sa datation reste discutée : entre le IIIe et le XIIe siècle.

Il donne une méthode d'extraction de racine carrée d'une précision remarquable. Pour √1001, deux raffinements suffisent à atteindre quatre décimales exactes.

Racine carrée par raffinement · K = 1001

1001 = 31^2 + E, avec E = 40

$p_2 = 31 + 40 / (2 \times 31) = 31{,}6452$

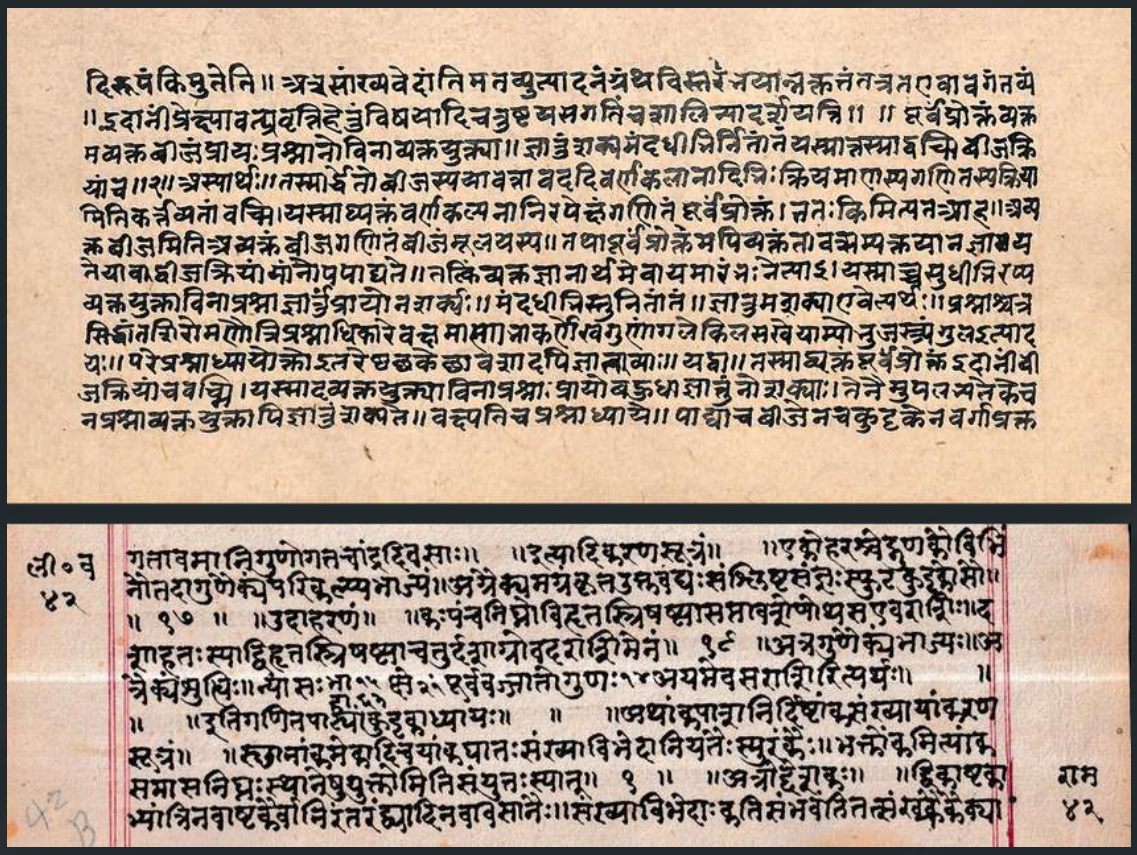
$p_3 = p_2 - (E / 2{\cdot}31)^2 / (2\ p_2) = 31{,}6386$

√1001 = 31,63858… (exact à 4 décimales)

PERCÉES

Bhāskara II

Līlāvatī et Bījagaṇita : la tradition classique consolidée



Bījagaṇita et Līlāvatī, par Bhāskara II
XIIe siècle ; sanskrit ; écriture devanāgarī ; 21 × 10 cm
Bharat Itihas Sanshodhak Mandal, Pune · Bhandarkar Oriental Research Institute, Pune

Né en 1114 dans l'actuel Maharashtra, Bhāskara II écrit trois grands traités : le Līlāvatī (arithmétique), le Bījagaṇita (algèbre) et le Siddhāntaśiromani (astronomie). Le Līlāvatī sera traduit en persan à la cour d'Akbar en 1587.

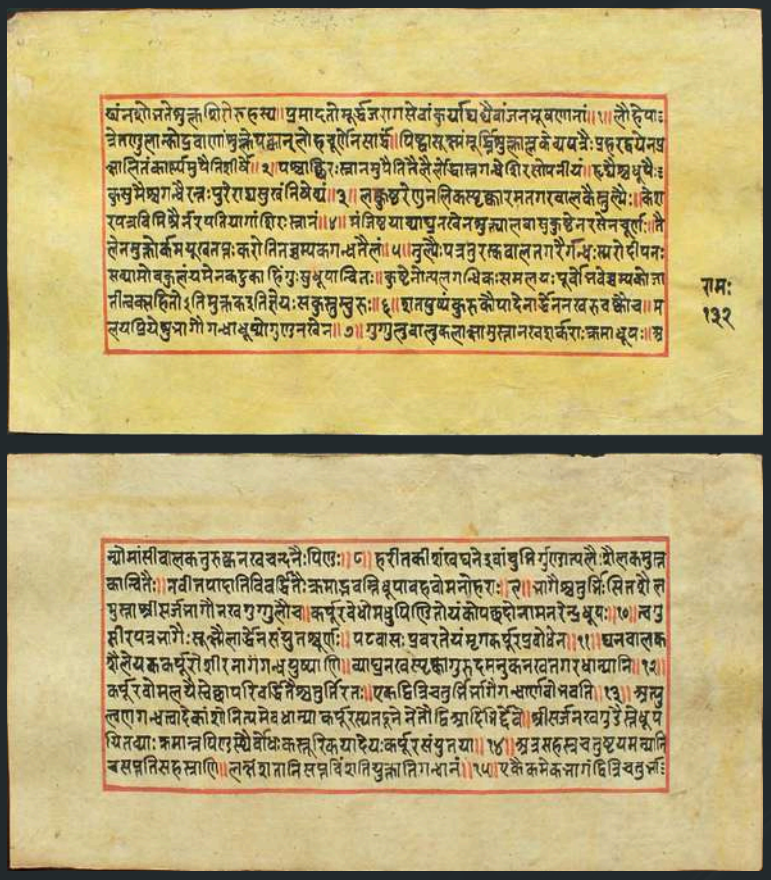
Le Bījagaṇita contient la plus ancienne référence conservée à la méthode cakravāla, l'algorithme cyclique qui résout l'équation $Nx^2 + 1 = y^2$. Son petit-fils Caṅgadeva fondera une maṭha — un lieu d'enseignement — pour transmettre son œuvre.

> बीजं मतिर्विविधवर्णसहायिनी हि, मन्दावबोधविधये विबुधैर्निजाऽद्यैः।
> विस्तारिता गणकतामरसांशुमद्भिः, या सैव बीजगणिताह्वयतामुपेता॥ (26.3)
>
> « L'intelligence seule est l'algèbre : la variété des symboles n'en est que l'auxiliaire. Les anciens maîtres, éclairant les mathématiciens comme le soleil le lotus, ont surtout déployé leur intelligence pour rendre les choses claires aux esprits lents. »
> Bījagaṇita, 26.3

FORME ET MOTIF

Les algorithmes de combinaison

Compter les mélanges, dans un chapitre sur les parfums



***Bṛhatsaṁhitā*, par Varāhamihira**
v. VIe siècle de notre ère ; sanskrit ; écriture devanāgarī ; papier
Népal, XVIe siècle
British Library, Endangered Archives Programme

Dans un chapitre consacré aux parfums, Varāhamihira donne un procédé simple pour compter les combinaisons d'ingrédients — mille ans avant que l'Europe ne formalise le même triangle.

Pour choisir k éléments parmi n : écrire les n premiers entiers, puis construire chaque rangée suivante en additionnant les termes adjacents de la précédente et en omettant le dernier. Le dernier terme de la k-ième rangée donne la réponse.

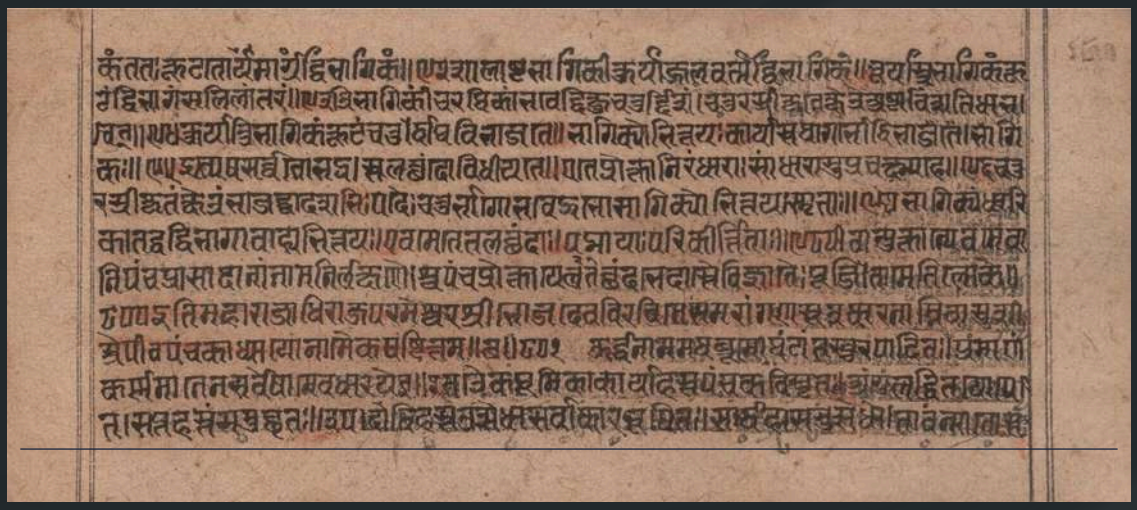
Choisir 3 éléments parmi 5

Rangée 1 : 1 2 3 4 5
Rangée 2 : 1 3 6 10
Rangée 3 : 1 4 10
Rangée 4 : 1 5
→ dix combinaisons possibles

FORME ET MOTIF

Les mathématiques et la construction

De la grille du temple à l'élévation



***Samarāṅgaṇasūtradhāra* (Adhyāya 62), attribué à Bhoja**
XIe siècle ; sanskrit ; écriture jainanāgarī ; papier
Oriental Institute, Baroda

Bâtir pose des problèmes auxquels on répond par la géométrie, l'arithmétique et l'algèbre. Déjà les Śulbasūtras, pour construire les autels du feu en forme d'oiseau, découpent des trapèzes en triangles et rectangles puis les recomposent — une manipulation d'aires qui précède l'algèbre comme discipline.

Le Samarāṅgaṇasūtradhāra est le premier ouvrage dont on puisse déduire en détail des plans de temples. Le plan est divisé en une grille de 8 × 8 carrés ; le chapitre 62 énonce que la hauteur se déduit de la diagonale du carré de base, soit la largeur multipliée par √2. La connaissance du gaṇita figure parmi les qualifications requises de l'architecte.

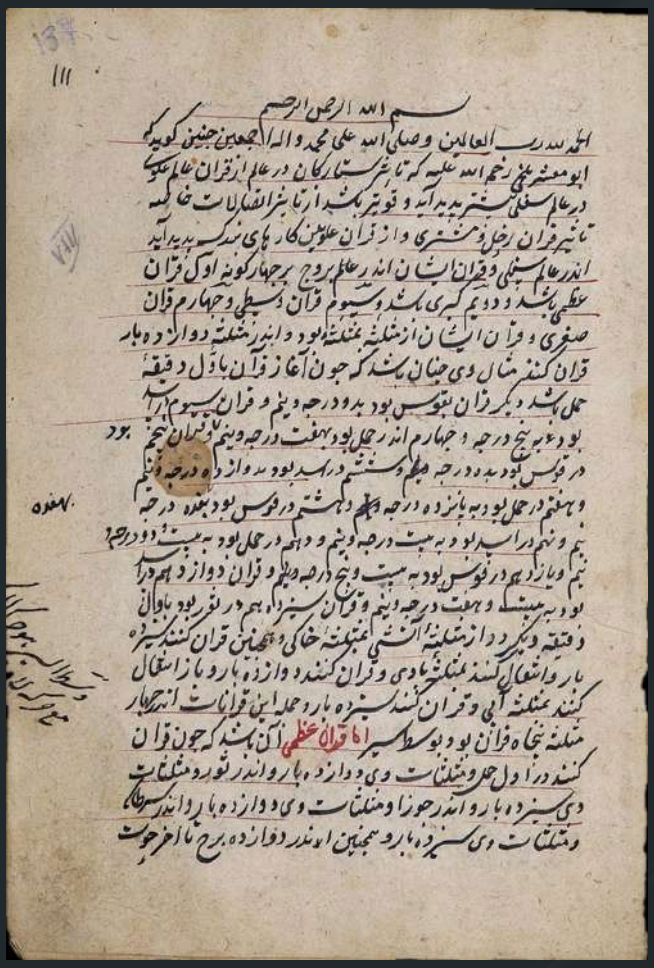
चतुरः कर्णान् दिक्स्थान् उत्पात(द)येत् ततः।...
कन्दगर्भस्थितं तन्त्रं सूत्रेण भ्रामयेत् कर्णकं वत (?)
उत्पद्यते ततो वृत्तं समसूत्रं सुशोभनम् ॥

« Que l'on trace quatre karṇa vers les points cardinaux … puis que l'on fasse tourner la corde autour du centre : il en naît un cercle régulier et harmonieux. »
Samarāṅgaṇasūtradhāra, chap. 57, v. 144–47 · citations d'après Adam Hardy

DIFFUSIONS

Les positions planétaires

Abū Maʿshar al-Balkhī : le yuga à la cour abbasside



***Qiranat-i Kawakib* (« L'approche des astres »)**
par Abū Masʿhar Jaʿfar al-Balkhī
Farsi ; nastaʿlīq ; copié par un scribe anonyme, v. XVIIe siècle
Abu Raihan Biruni Institute of Oriental Studies, Tachkent

Originaire de Balkh, carrefour commercial cosmopolite, Abū Maʿshar (787–886) sert à la cour abbasside de Bagdad. Ses écrits fondent ensemble les traditions grecque, pehlevie et sanskrite.

Dans son Zīj al-Hazārāt — le Livre des milliers — il calcule les mouvements moyens des planètes au moyen du yuga, cycle de 360 000 ans, avec des paramètres indiens. Son schéma historique dérive du Sūryasiddhānta : un yuga de 180 000 ans commençant en −3101, ce qui le conduit à dater le Déluge de cette même année. Son modèle planétaire, lui, reste ptolémaïque.

Ce manuscrit est une traduction arabe de son exposé sur les quatre types d'approche des astres et les circonstances de leur occurrence.

DIFFUSIONS

Le Ḥisāb al-Hind

Le calcul indien passe à Bagdad, puis à l'Europe



Kitāb al-Hindsa wal Haiya **(un traité de géométrie)**
par Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī
Arabe et farsi ; XIIe siècle
Süleymaniye Library, Istanbul

Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī (actif v. 800–850) travailla au Bayt al-Hikmah, la « Maison de la Sagesse » fondée à Bagdad pour traduire en arabe les savoirs du monde connu.

Deux de ses livres ont laissé leur nom aux mathématiques. Le Ḥisāb al-Jabr wal-Muqābalah a donné le mot algèbre. Le Kitāb al-Jam ʿwal-Tafrīq bi Ḥisāb al-Hind — « Livre de l'addition et de la soustraction selon le calcul hindou » — a introduit en Occident le zéro et la numération décimale ; sa traduction latine, Algoritmi de numero Indorum, a donné le mot algorithme.

Son Zīj al-Sindhind, traduit en latin par Adélard de Bath en 1126, emploie les sinus indiens pour calculer les positions planétaires.

CRISTALLISATION

Les séries infinies de Mādhava

Le calcul infinitésimal, deux siècles avant Newton



***Tantrasaṅgraha*, par Nīlakaṇṭha Somayāji · 1500 de notre ère**
Sanskrit ; écriture malayalam ; feuille de palmier ; Kerala, XIXe siècle
Royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland

Le Kerala produisit une brillante lignée de savants, à commencer par Mādhava (1340–1425), et se poursuivant jusqu'au XVIIe siècle.

Mādhava de Saṅgamagrāma établit les tout premiers développements en série infinie des fonctions trigonométriques et de π. Ces travaux marquent la naissance du calcul infinitésimal.

Les dérivations et démonstrations de ces séries furent fournies par ses successeurs : beaucoup sont détaillées dans le Kriyākramakārī de Śaṅkara et dans le Yuktibhāṣā de Jyeṣṭhadeva, rédigé non pas en sanskrit mais en malayalam — signe d'un enseignement qui cherche à être compris.

π étant irrationnel, il ne peut être calculé exactement, seulement approximé avec une précision croissante. En pratique, on ne peut retenir qu'un nombre fini de termes de la série ci-dessus, ce qui réduirait toutefois la précision.

$$\theta = \arctan t = t - t^3/3 + t^5/5 - \dots$$

$$\sin\theta = \theta - \theta^3/3! + \theta^5/5! - \theta^7/7! + \dots$$

$$\cos\theta = 1 - \theta^2/2! + \theta^4/4! - \theta^6/6! + \dots$$

$$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + \dots$$

हे विष्णो निहितं कृत्स्नं

« Ô Vishnu, qui demeure en tous les êtres » — chronogramme kaṭapayādi, à lire de droite à gauche : année Kali 4601, Mīna 26, soit le 22 mars 1500.
Premier vers du Tantrasaṅgraha

CRISTALLISATION

L’école du Kerala

Nīlakaṇṭha Somayāji et la correction itérative



***Yuktibhāṣā*, par Jyeṣṭhadeva**
v. 1525 ; malayalam ; écriture malayalam ; feuille de palmier
Royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland

Nīlakaṇṭha Somayāji (1444–1544) naquit au village de Trikkandiyur, où sa maison se dresse encore. Il parcourut le Kerala en enseignant l’œuvre de son maître Parameśvara, et resta actif jusque dans sa quatre-vingt-dixième année. Son Tantrasaṅgraha révise en profondeur le modèle planétaire ; son Āryabhaṭīyabhāṣya est le premier texte indien à mentionner l’irrationalité de π.

Dans le Yuktibhāṣā, son commentaire du Tantrasaṅgraha, Jyeṣṭhadeva (1500–1575) poursuit la tradition inaugurée par Nīlakaṇṭha, consistant à fournir des démonstrations rigoureuses — yukti — pour des concepts tels que la série infinie de Mādhava permettant d’approximer π : C =4d–4d/3 + 4d/5 – 4d/7 + …, et puisque C = πd, π/4 = 1 – 1/3 + 1/5 – 1/7 + …, où C est la circonférence et d le diamètre d’un cercle. Dans le Kriyākramakāri et le Yuktidīpikā, Śaṅkara présente deux formes de correction permettant à la série de converger plus rapidement vers la valeur réelle. La seconde permet une approximation précise de π jusqu’à la dixième décimale.

$$C = 4d\left(1 - 1/3 + 1/5 - \cdots \pm 1/p \mp ((p+1)/2) / ((p+1)^2 + 1)\right)$$

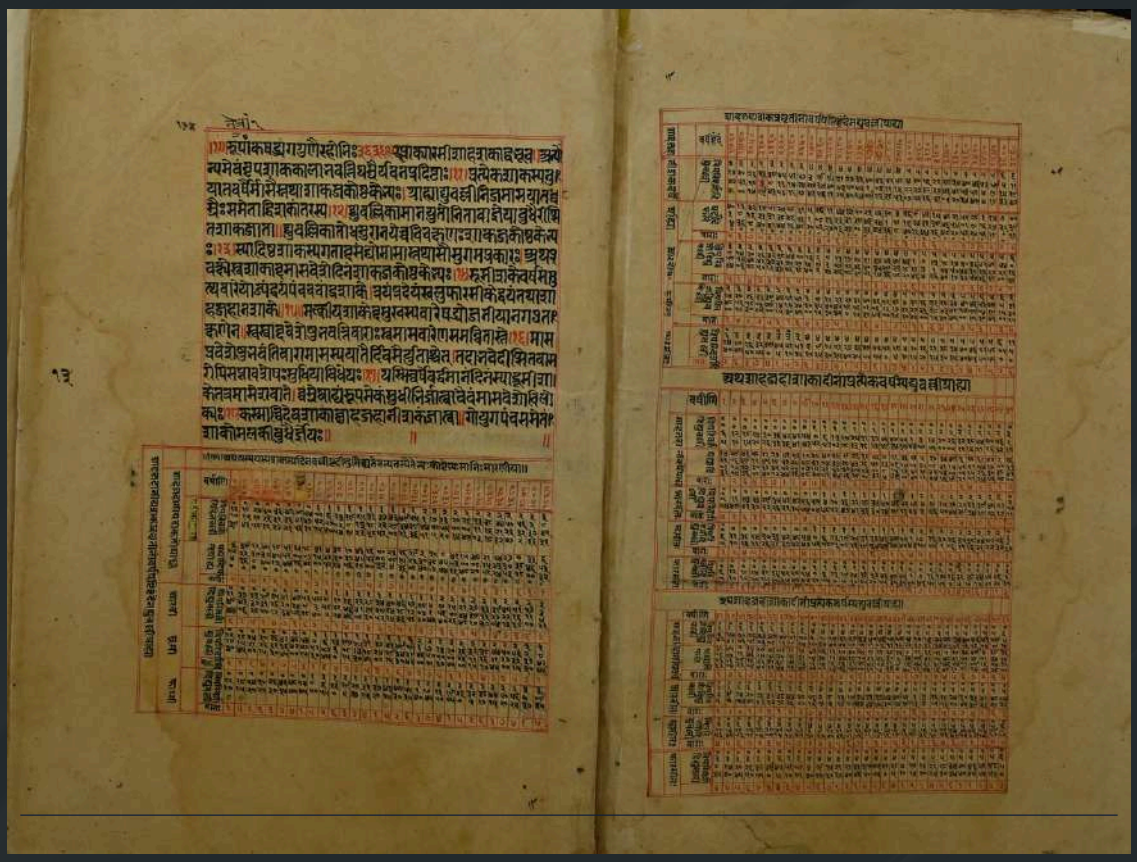
$$C = 4d\left(1 - 1/3 + 1/5 - \cdots \pm 1/p \mp (((p+1)/2)^2 + 1) / ([(p+1)^2 + 4 + 1]((p+1)/2))\right)$$

Ces équations peuvent être dérivées en suivant le Yuktibhāṣā de Jyeṣṭhadeva, chapitre 6, qui expose un procédé de correction itérative dans sa discussion du śodhya-phala, où p estledernier nombreimpairauquellasérieest arrêtée.

RENOUVEAUX

L’astronomie d’observation

Nityānanda Miśra traduit, et invente les mots qui manquent



***Siddhāntasindhu* (traduction du *Zīj-i Shāh Jahānī*), par Nityānanda Miśra**
Sanskrit ; écriture devanāgarī ; papier
City Palace Museum, Jaipur

Les traductions d’œuvres mathématiques dans le sous-continent témoignent de la curiosité intellectuelle des mécènes autant que de la réceptivité des savants face à de nouveaux modèles, méthodes et instruments. Les savants sanskrits s’engagèrent avec les avancées de l’astronomie d’observation réalisées en Asie centrale. Des rencontres avec la tradition euclidienne se retrouvent en sanskrit (Kamalakara Bhatta, XVIIe siècle) et en farsi (Ghulam Hussain Jaunpuri, XIXe siècle).

Nityānanda Miśra (actif v. 1630–50) collabore avec Mullā Farīd al-Dīn Masʿūd pour traduire du farsi le Zīj-i Shāh Jahānī, lui-même adapté du Zīj-i Ulugh Beg. Il dit avoir reçu l’inspiration (preraṇā) de Shāh Jahān pour composer un traité en bonne et due forme, au bénéfice des populations (loka-upakāra).

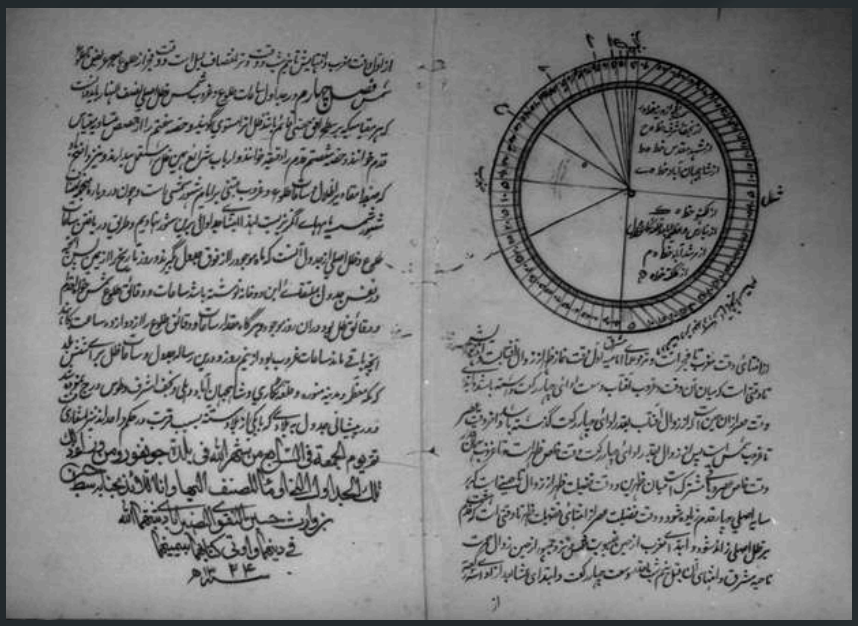
Là où le sanskrit manque de mots, il en forge : le « cosinus de la déclinaison inverse » devient sa-bha-traya-dyujīvā.

(D’après Anuj Misra)

RENOUVEAUX

Jai Singh et le Zīj-i Muḥammad Shāhi

Cinq observatoires, et des tables refaites à neuf



***Zīj-i Muḥammad Shāhi*, par Mirzā Khayrullāh Muhandis**
XVIIIe siècle ; farsi ; écriture nastaʿlīq ; papier
City Palace Museum, Jaipur

Raja Sawai Jai Singh (1686–1743) constate des écarts entre l'observation directe et les tables en circulation — celles d'Ulugh Beg, les textes indiens, les ouvrages européens. Or un calendrier juste est le fondement de l'administration comme des cérémonies. L'empereur Muḥammad Shāh le charge d'y remédier.

Jai Singh rassemble à Jaipur brahmanes, pandits, astronomes musulmans et européens, conçoit ses propres instruments et fait bâtir cinq observatoires : Jaipur, Mathura, Varanasi, Ujjain et Delhi. Il en résulte des tables « chaque jour observées et confirmées à l'observatoire ».

Un siècle plus tard, Ghulām Ḥusain Jaunpūrī (1790–1862) sera parmi les premiers astronomes indiens à se servir du télescope.

APPLICATIONS

Le calcul du quotidien

Kaṇakkatikāram : l'arpenteur, le comptable, le marchand



Kaṇakkatikāram
Tamoul et malayalam ; feuille de palmier ; 3,5 × 38 cm ; XVIe–XXe siècle
Government Oriental Manuscript Library, Chennai · Oriental Research Institute and Manuscripts Library, Thiruvananthapuram

En tamoul, un genre de textes sur le kaṇakku — comptabilité, calcul — apparaît à la fin de la période médiévale, quand le scribe-comptable devient central dans l'administration des grands domaines. Les chapitres portent sur la terre, l'or, le grain, le riz, la pierre : calcul des aires, conversion des unités, alliage proportionnel des métaux.

L'enseignement se donnait dans les écoles tiṇṇai, sur la véranda du maître. La mémoire y tenait la première place, soutenue par la métrique ; l'écriture venait en dernier. Les comptables faisaient la démonstration de leur savoir-faire en récitant de mémoire les taux de conversion — la compétence était aussi un spectacle.

MANUSCRITS À L'HONNEUR

CHAUTĪSĀ YANTRA

Un carré magique parfait

954 de notre ère ; temple de Parshvanatha, Khajuraho
Source : Wikimedia Commons



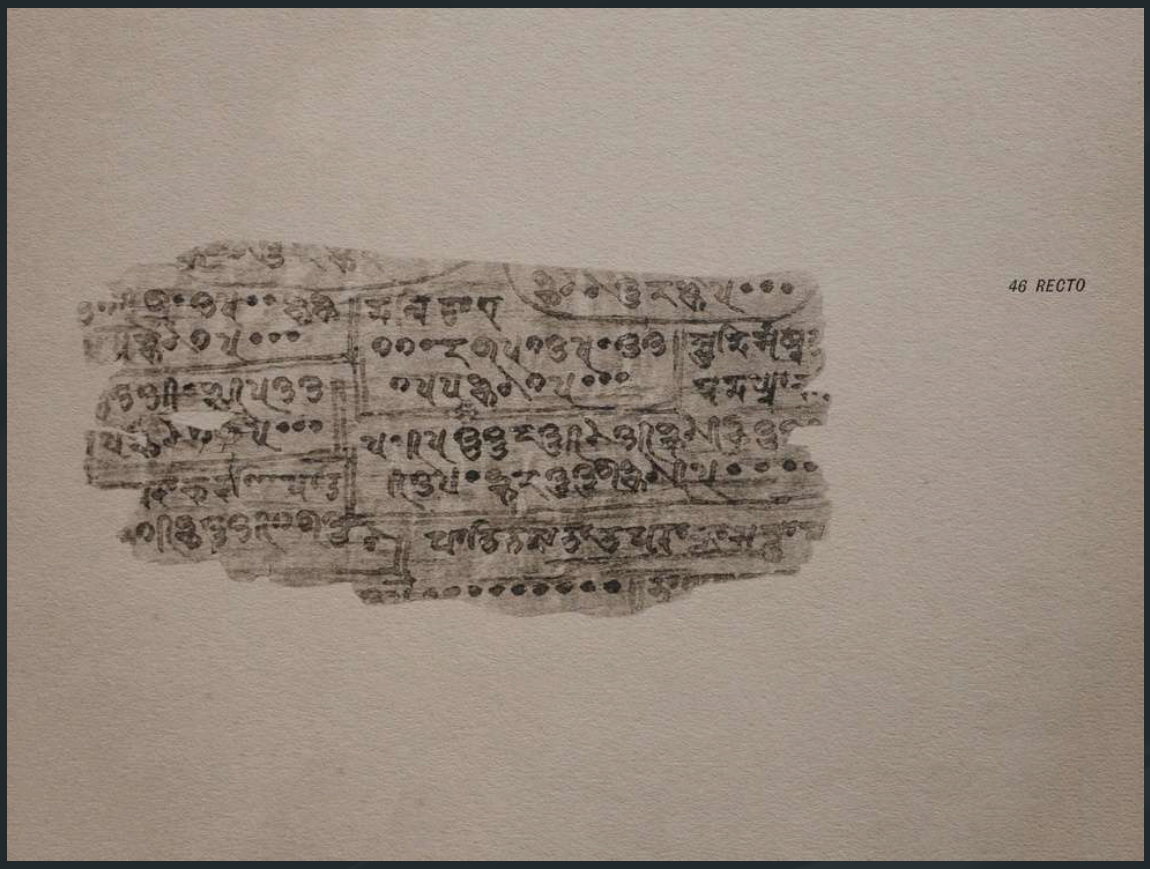
Le Chautīsā Yantra, gravé dans le temple jaïn de Parshvanatha à Khajuraho, dans le Madhya Pradesh, constitue un exemple remarquable du patrimoine mathématique de l'Inde. Ce temple du Xe siècle comporte une inscription dédicatoire datée de 954 apr. J.-C., bien que l'année exacte à laquelle le carré magique lui-même a été gravé ne soit pas établie avec certitude. Le Yantra se compose d'une grille de 4 × 4 contenant les nombres de 1 à 16, chacun apparaissant une seule fois, selon la notation numérique indienne. Il présente également le zéro dans le nombre 10, illustrant son rôle de marqueur de position dans le système décimal de numération de position : une dizaine et aucune unité.

On l'appelle carré magique parce que chaque ligne, chaque colonne et chacune des deux diagonales principales donne la même somme : 34, d'où son nom Chautisa, qui signifie « trente-quatre ». Par exemple, la première ligne donne 7 + 12 + 1 + 14 = 34. Son harmonie numérique va encore plus loin : chaque bloc adjacent de 2 × 2, ainsi que les diagonales qui se prolongent en passant d'un bord du carré à l'autre, donnent également un total de 34. Ces motifs interconnectés témoignent d'une compréhension sophistiquée des nombres et de la symétrie, faisant du Chautisa Yantra à la fois une réalisation mathématique remarquable et une expression saisissante de la longue tradition indienne de recherche scientifique.

MANUSCRIT DE BAKHSHĀLĪ

Un ancien manuscrit comportant des chiffres

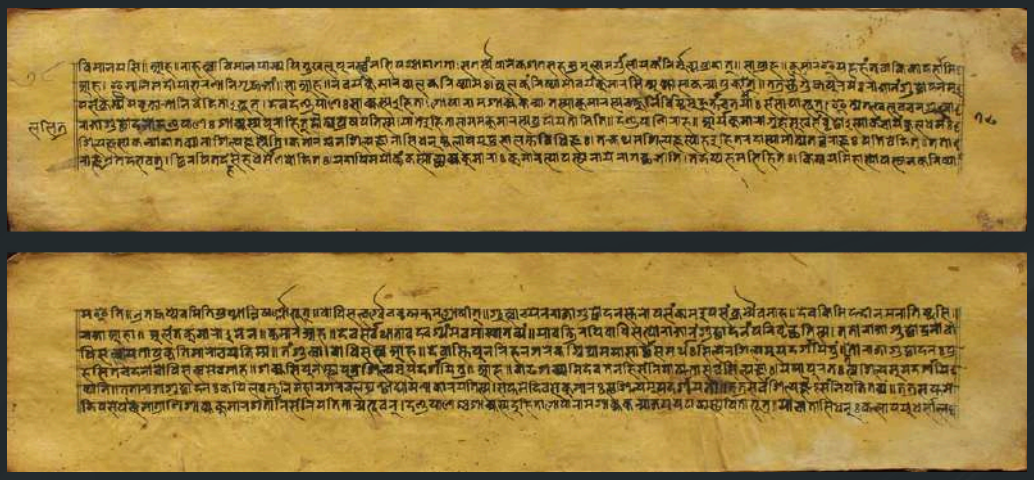
IIIe–XIIe siècle
Sanskrit ; écriture śāradā ; écorce de bouleau
Peshawar, Pakistan



Le manuscrit tire son nom de Bakhshali, village situé près de Peshawar où il a été découvert. Il compte parmi les plus anciens manuscrits mathématiques conservés du sous-continent indien. On y trouve des notations mathématiques, dont un point servant de symbole au zéro. Son contenu montre également le lien étroit entre les mathématiques et les besoins de la vie quotidienne : il propose des problèmes concernant les poids et mesures, les salaires, les profits et les pertes, ainsi que différentes méthodes de calcul. Il présente notamment une méthode précise permettant de calculer la racine carrée d'un nombre, témoignant de la sophistication des techniques mathématiques dans l'Inde ancienne.

LALITAVISTARA

Premiers siècles de notre ère
Sanskrit ; écriture prachalit du Népal ; papier ; 38 × 8 cm
Manuscrit : Népal, XVIIe siècle
British Library, Endangered Archives Programme ; numérisé par l'Université de Tribhuvan



Le Lalitavistara est un texte bouddhique consacré à la vie et aux accomplissements du Bodhisattva. Dans un passage particulièrement remarquable, celui-ci est présenté comme capable d'effectuer des calculs portant aussi bien sur des nombres extrêmement grands, allant jusqu'aux quadrillions, que sur des quantités extrêmement petites. Ce passage donne ainsi un aperçu de la tradition intellectuelle indienne et de sa réflexion sur les nombres à des échelles très grandes comme très petites.

GAṆITASĀRASAṂGRAHA

Premier traité indien entièrement consacré aux mathématiques

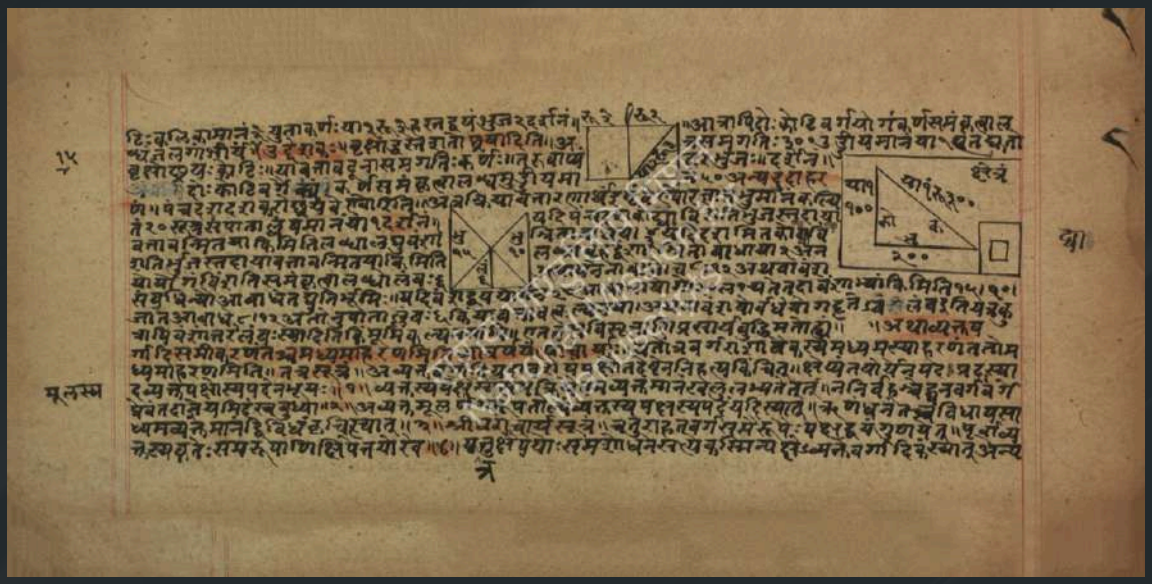
Mahāvīra ; IXe siècle de notre ère
Sanskrit ; devanāgarī



Composé par le mathématicien Mahāvīra, le Gaṇitasārasaṃgraha est le plus ancien ouvrage indien connu entièrement consacré au gaṇita, c'est-à-dire aux mathématiques. Mahāvīra y souligne la présence des mathématiques dans de nombreux domaines de la vie quotidienne et intellectuelle, du commerce et de l'architecture à la poésie, à la musique et à l'association des saveurs dans l'alimentation. Le traité expose des calculs pratiques relatifs aux intérêts, aux investissements et au troc, ainsi que des méthodes pour déterminer les aires des triangles, des quadrilatères et des figures curvilignes. Les mathématiques y sont aussi exprimées à travers des images poétiques. Ainsi, dans un exercice de multiplication, le résultat 1,00,00,00,001 forme une succession remarquable de zéros et de uns, comparée dans le texte à « un collier digne d'un roi »

LĪLĀVATĪ

Bhāskara II ; XIIe siècle
Sanskrit ; écriture devanāgarī ; 21 × 10 cm
Bharat Itihas Sanshodhak Mandal, Pune · Bhandarkar Oriental Research Institute, Pune

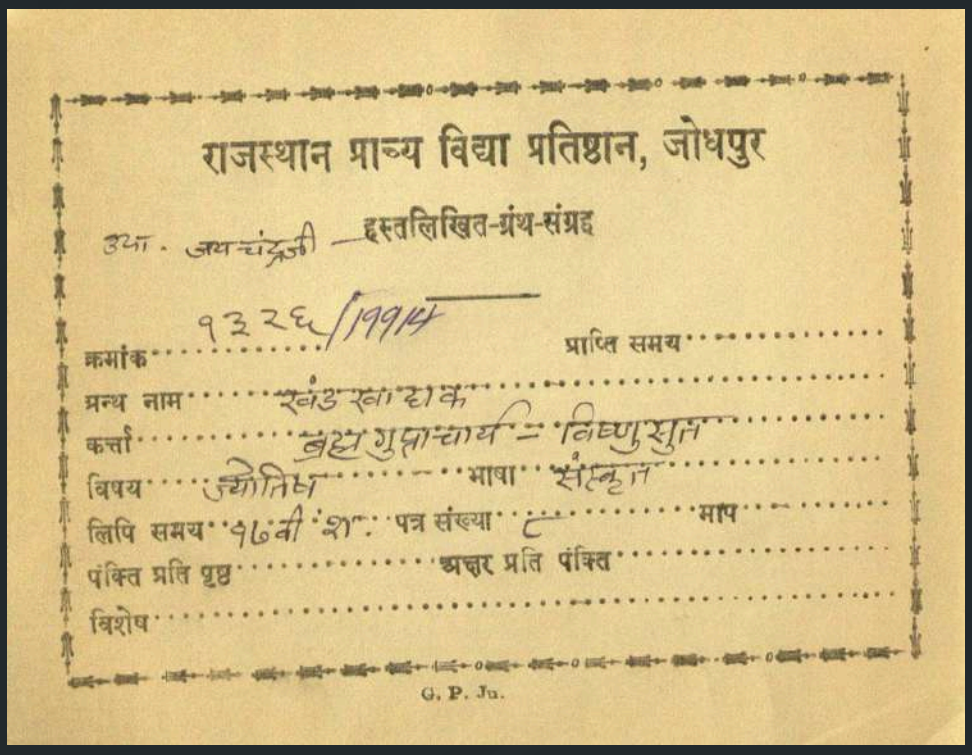


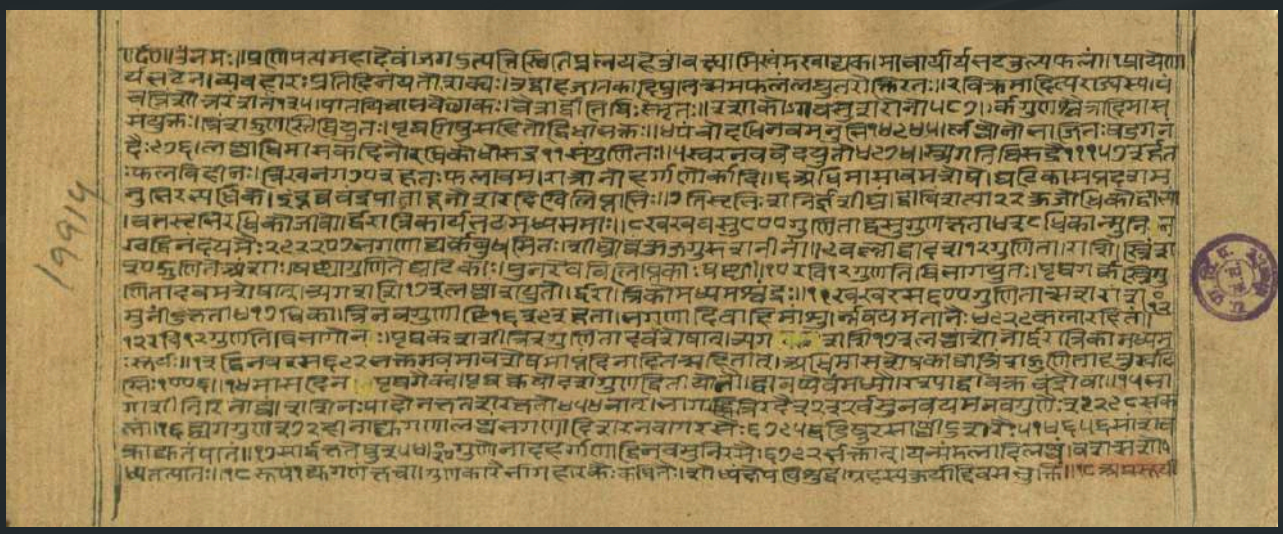
Œuvre du célèbre mathématicien Bhāskara II, le Līlāvatī est devenu l'un des textes mathématiques les plus influents de la tradition indienne et a par la suite connu de nombreuses traductions et adaptations. Les problèmes mathématiques y sont présentés de manière accessible et souvent poétique. L'ouvrage aborde l'arithmétique, la géométrie, les mesures, les équations et les permutations. Il se distingue notamment par son étude des permutations et par les méthodes précises qu'il propose concernant l'aire de la surface et le volume d'une sphère. Sa popularité durable illustre le rôle important de ces traités dans la transmission des connaissances mathématiques au fil des générations.

KHAṆḌAKHĀDYAKA

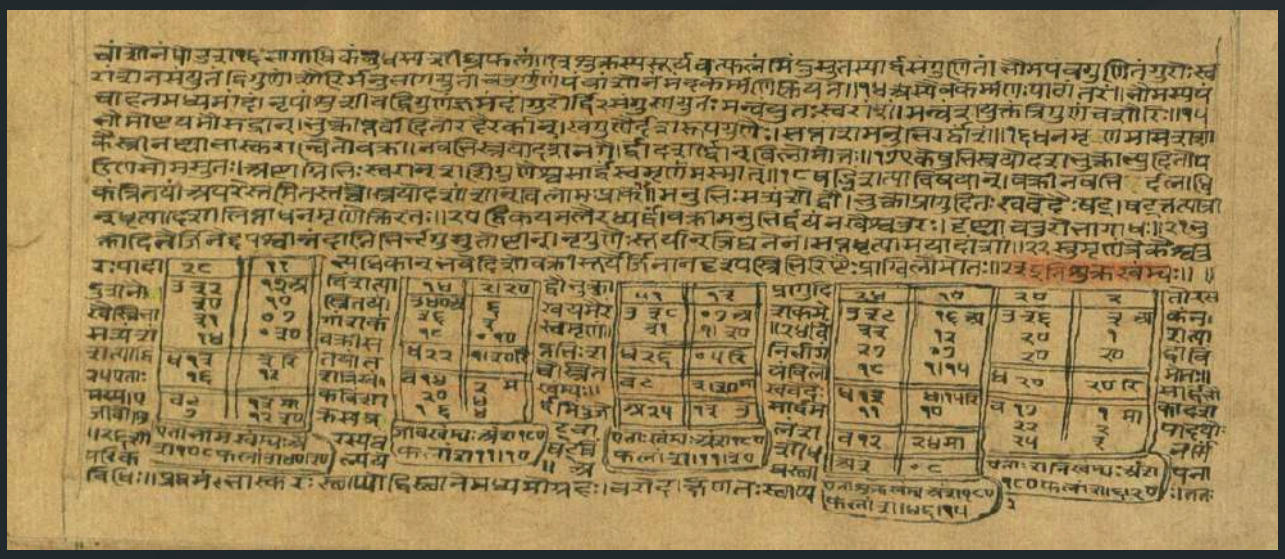
L’astronomie mathématique indienne et son voyage vers Bagdad

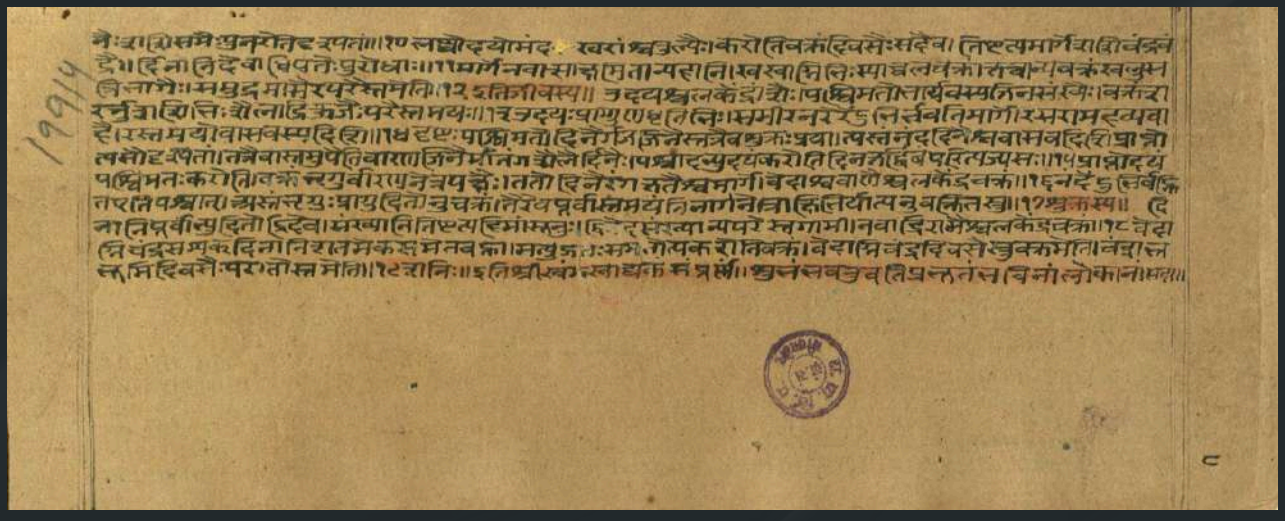
Brahmagupta ; VIIe siècle
Sanskrit ; écriture devanāgarī





Khaṇḍakhādyaka — suite





Le Khaṇḍakhādyaka, composé par le grand mathématicien et astronome indien Brahmagupta, constitue une œuvre importante d'astronomie mathématique. La tradition mathématique et astronomique associée à Brahmagupta acquit une influence au-delà de l'Inde lorsque des œuvres indiennes furent étudiées et traduites en arabe à Bagdad. Ces échanges contribuèrent à transmettre au monde islamique le système de numération indien et des méthodes mathématiques. Au cours des siècles suivants, les connaissances préservées et développées dans les ouvrages arabes circulèrent à leur tour grâce à des traductions en hébreu et en latin, favorisant leur diffusion en Europe. Ce manuscrit témoigne ainsi à la fois de l'innovation mathématique et de la circulation des savoirs scientifiques entre les cultures.

Remerciements
et crédits

Nos remerciements vont à toutes les bibliothèques et à tous les chercheurs qui ont partagé des images de manuscrits.

COLLECTIONS ET SOURCES

- Abu Raihan Biruni Institute, Tachkent
- Archive of Mathematical Practices
- The Asiatic Society, Kolkata
- Bharat Itihas Sanshodhak Mandal, Pune
- Bhandarkar Oriental Research Institute, Pune
- Bibliothèque nationale de France
- Bibliothèque nationale et archives de la République islamique d'Iran
- Bill Casselman
- British Library — Endangered Archives Programme
- City Palace Museum, Jaipur
- Columbia University
- Government Oriental Manuscript Library, Chennai
- Oriental Institute of Baroda
- Oriental Research Institute and Manuscripts Library, Thiruvananthapuram
- Rajasthan Oriental Research Institute, Bikaner
- Royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland
- Shri Mahavir Jain Aradhana Kendra, Koba
- Süleymaniye Library, Istanbul
- University of Washington

Commissariat
SAMHiTA — South Asian Manuscript Histories and Textual Archive, un projet de l'India International Centre (IIC), New Delhi

Soutenu par
Le Ministère des Affaires étrangères, Gouvernement de l'Inde

En collaboration avec
Centre for Traditional Indian Knowledge Systems and Skills (CTIKS), IIT Bombay ; Indian Council for Cultural Relations (ICCR)

Accueilli par
Ambassade de l'Inde, Paris ; Centre culturel Swami Vivekananda (SVCC), Paris

Architecturedela conception
Susmita Sinha

Remerciements particuliers
Damini Kulkarni

INDIA
INTERNATIONAL
CENTRE IIC



भारतीय दूतावास
EMBASSY
OF INDIA
Paris, France



स्वामी विवेकानंद सांस्कृतिक केंद्र
CENTRE CULTUREL
SWAMI VIVEKANANDA
Paris, France